

1. **Problema**

Si dimostri che $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \{(i, 0, 0), (i, i, 0), (0, 0, i)\}$ é una base di C^3

2. **Problema**

Rappresentare il vettore $\mathbf{v} = (2, i, 2-i)$ utilizzando la base $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \{(i, 0, 0), (i, i, 0), (0, 0, i)\}$

3. **Problema**

Si calcoli il prodotto interno dei vettori

$$\mathbf{u} = (2 + i, 0, 4 - 5i) \quad \text{and} \quad \mathbf{v} = (1 + i, 2 + i, 0)$$

4. **Problema**

Determinare la norma del vettore $\mathbf{u} = (2 + i, 0, 4 - 5i)$

5. **Problema**

Determinare la norma del vettore $\mathbf{v} = (1 + i, 2 + i, 0)$

6. **Problema**

Calcolare il prodotto interno $\langle \varphi | \psi \rangle$ tra i vettori $|\varphi\rangle$ e $|\psi\rangle$ e si verifichi che $\langle \varphi | \psi \rangle = \langle \psi | \varphi \rangle^*$.

Sia $|\varphi\rangle = \begin{bmatrix} 2 \\ 6i \end{bmatrix}$ e $|\psi\rangle = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$.

7. **Problema**

Calcolare il prodotto tensoriale $|\varphi\rangle \otimes |\psi\rangle$ di $|\varphi\rangle$ e $|\psi\rangle$. (Il prodotto tensoriale si scrive anche

$|\varphi\rangle|\psi\rangle$). Sia $|\varphi\rangle = \begin{bmatrix} 2 \\ 6i \end{bmatrix}$ e $|\psi\rangle = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$.

8. **Problema**

Sia V uno spazio vettoriale con vettori di base $|0\rangle$ e $|1\rangle$. Sia A l'operatore lineare (OPERATORE NOT) tale che $A|0\rangle = |1\rangle$ e $A|1\rangle = |0\rangle$. Trovare la rappresentazione matriciale di A rispetto alla base computazionale:

$$|0\rangle \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad |1\rangle \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

9. **Problema**

Sia V uno spazio vettoriale con vettori di base $|0\rangle$ e $|1\rangle$ e A un operatore lineare tale che $A|0\rangle = |1\rangle$ e $A|1\rangle = |0\rangle$ (OPERATORE NOT). Trovare la rappresentazione matriciale di A rispetto alla base di Hadamard:

$$|0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad |1\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

10. **Problema**

Sia V uno spazio vettoriale con vettori di base $|0\rangle$ and $|1\rangle$ e A un operatore lineare da V a V tale che $A|0\rangle = |1\rangle$ and $A|1\rangle = |0\rangle$. Fornire una rappresentazione matriciale di A rispetto alle basi $|0\rangle$ and $|1\rangle$ che siano diverse rispetto alle basi computazionali e di Hadamard.